Bài 5: HAI HÌNH BẰNG NHAU

1) **<u>Định lí:</u>**

Nếu ABC và A’B’C’ là hai tam giác bằng nhau thì có phép dời hình biến tam giác ABC thành tam giác A’B’C’.

<u>Chứng minh:</u>

* Ta xác định một phép biến hình F như sau: F biến mỗi điểm M thành điểm M’ sao cho: Nếu $\overrightarrow{CM} = p\overrightarrow{CA} + q\overrightarrow{CB}\,(p; q \in R,)$ thì $\overrightarrow{C'M'} = p\overrightarrow{C'A'} + q\overrightarrow{C'B'}$.

* Ta chứng minh F là phép dời hình. Thật vậy:

Lấy N, gọi N’ là ảnh của N qua phép biến hình F. Khi đó ta có:

Nếu $\overrightarrow{CN} = k\overrightarrow{CA} + l\overrightarrow{CB}\,(k; l \in R,)$ thì $\overrightarrow{C'N'} = k\overrightarrow{C'A'} + l\overrightarrow{C'B'}$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CM} = (k-p)\overrightarrow{CA} + (l-q)\overrightarrow{CB}$

$\Rightarrow MN^2 = \overrightarrow{MN}^2 = (k-p)^2CA^2 + (l-q)^2CB^2 + 2(k-p)(l-q)\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

Ta có: $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{C'N'} - \overrightarrow{C'M'} = (k-p)\overrightarrow{C'A'} + (l-q)\overrightarrow{C'B'}$

$\Rightarrow M'N'^2 = \overrightarrow{M'N'}^2 = (k-p)^2C'A'^2 + (l-q)^2C'B'^2 + 2(k-p)(l-q)\overrightarrow{C'A'}.\overrightarrow{C'B'}$

Vì $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ nên $CA = C'A'$; $CB = C'B'$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{C'A'}.\overrightarrow{C'B'}$.

Do đó MN = M’N’.

Hay F là phép dời hình. Phép dời hình này biến A, B, C thành A’, B’, C’ tức là biến tam giác ABC thành tam giác A’B’C’.

2) **<u>Thế nào là hai hình bằng nhau:</u>**

Hai hình gọi là bằng nhau nếu có phép dời hình biến hình này thành hình kia.

<u>*Ví dụ:</u> Chứng minh rằng hai tứ giác có các cặp cạnh tương ứng bằng nhau và một cặp đường chéo tương ứng bằng nhau thì bằng nhau.

<u>Giải</u>

Giải sử có hai tứ giác lồi ABCD và A’B’C’D’ có:

AB = A’B’, BC = B’C’, CD = C’D’, DA = D’A’ và AC = A’C’

Khi đó hai tam giác ABC và A’B’C’ bằng nhau nên có phép dời hình F biến ba điểm A, B, C thành ba điểm A’, B’, C’.

Gọi D" là điểm đối xứng của D' qua A'C'. Khi đó $\Delta A'C'D' = \Delta A'C'D'' = \Delta ACD$.

Do đó phép F chỉ có thể biến D thành điểm D' hoặc D''.

Vì ABCD, A'B'C'D' là tứ giác lồi nên hai đoạn AC và BD cắt nhau, hai đoạn A'C' và B'D' cắt nhau. Do đó hai đoạn A'C' và B'D'' không cắt nhau. Từ đó suy ra F biến D thành D'.

Vậy F biến tứ giác ABCD thành tứ giác A'B'C'D'.

Suy ra hai tứ giác ABCD và A'B'C'D' bằng nhau.

Biên soạn: Bùi Thị Cẩm An.